

# Recherches sur la Forme de l'Arcade dentaire supérieure normale

## THÈSE

présentée à la faculté de Médecine de l'Université de Genève  
pour l'Obtention du Grade de Docteur en Médecine dentaire

par  
ERNEST COMTE  
chirurgien-dentiste  
de Genève  
(Suisse)

Thèse No. 25



Recherches  
sur la Forme de l'Arcade dentaire  
supérieure normale

THÈSE

présentée à la faculté de Médecine de l'Université de Genève  
pour l'Obtention du Grade de Docteur en Médecine dentaire

par

ERNEST COMTE

chirurgien-dentiste  
de Genève  
⟨Suisse⟩

Thèse No. 25

*La Faculté de Médecine, sur le préavis favorable de Messieurs les Professeurs d'Eternod, Bardet et Métral, autorise l'impression de la présente thèse, sans prétendre par là émettre d'opinion sur les propositions qui y sont énoncées.*

*Genève, le 1<sup>er</sup> décembre 1923.*

*Le Doyen: H. Cristiani.*

Avant d'exposer le résultat de mes recherches, je tiens à exprimer à M<sup>r</sup> le Professeur *Pittard*, le témoignage de ma sincère gratitude, pour l'extrême obligeance avec laquelle il a mis à ma disposition les ressources de son laboratoire d'Anthropologie. Ses conseils éclairés m'ont été d'un grand secours.

Mes remerciements vont également à son assistant, M<sup>r</sup> le D<sup>r</sup> *Reverdin*, dont la complaisance ne s'est jamais démentie.

Je remercie aussi tout spécialement M<sup>r</sup> le Professeur *Bardet* de l'Institut dentaire, qui, avec beaucoup d'amabilité, a bien voulu m'aider à recueillir les matériaux nécessaires à ce travail.

M<sup>r</sup> *Schütz*, le distingué Professeur de mathématiques, a bien voulu vérifier mes calculs. Qu'il reçoive ici l'expression de ma sincère reconnaissance.

Enfin je ne puis oublier mon confrère et ami M<sup>r</sup> *C.-W. Brenner*, med.-dent. à Coire, qui m'a obligeamment prêté sa magnifique et rare collection de crânes avec mâchoires intactes.

---



«The foundations of the future Science and Art of Orthodontics are being laid, and they are being laid surely and firmly in the intimate study by modern quantitative methods, of the normal arches of man. — This study is likely to be a long and laborious one. ....» *G. G. Campion.*

\* \* \*

On pose, à l'heure actuelle, les fondements de la science et de l'art orthodontiques. C'est au moyen des méthodes quantitatives modernes appliquées à l'étude approfondie de l'arcade normale de l'homme que cette science s'édifiera avec solidité et sûreté. L'étude en sera sans doute longue et laborieuse. ....

---



Digitized by the Internet Archive  
in 2026

# Recherches sur la Forme de l'Arcade dentaire supérieure normale.

Par *Ernest Comte*, chirurgien-dentiste, Genève.

---

## Introduction.

L'orthodontie a fait pendant ces dernières années d'énormes progrès, il est facile de s'en convaincre en étudiant son histoire. Arrivée un peu tard, en tant que science spéciale du moins, elle a marché à pas de géant pour égaler maintenant les autres branches de l'art dentaire.

La partie pratique, c.-à-d. celle concernant les appareils de traitement et leur manipulation s'est développée rapidement et a surtout retenu l'attention des premiers orthodontistes, mais en raison même de ce développement, la nécessité de connaissances scientifiques s'est fait sentir de plus en plus. C'est alors que de nombreux travaux sur l'étiologie des malpositions dentaires ont vu le jour. Ces recherches ont apporté quelque lumière dans ce domaine encore fort obscur et d'ailleurs très complexe, puisqu'il touche à une foule de données qui ressortissent à la médecine générale et exigent des connaissances variées, comme par exemple celles de l'embryologie, des lois du développement, de l'hérédité, etc.

La systématique de son côté n'est pas restée en retard. Les essais aussi nombreux que variés sur ce chapitre en démontrent toute l'importance. Il est intéressant de noter que ces dernières années, beaucoup d'auteurs ont cherché à utiliser les ressources offertes par l'anthropologie; en France: Frey, Villain, Marouzé, de Névrezé, L. Ruppe; en Allemagne: Pfaff, Körbitz, ont montré la voie à suivre; puis vint van Loon (Utrecht) qui posa les bases d'une nouvelle méthode de diagnostic, suivi par P. W. Simon (Berlin), R. Schwarz (Bâle) et d'autres encore.

Cette voie nous paraît très heureuse et pleine de promesses. L'anthropologie avec ses méthodes précises, reconnues et adoptées par tous, offre à l'orthodontie de précieux avantages. Elle fournit pour les recherches une base fixe et sûre, et elle permet en même temps de coordonner les efforts des chercheurs et de comparer les différents résultats déjà obtenus. Il nous est alors possible de rattacher nos travaux aux nombreuses recherches anthropologiques sur le crâne et la face en général.

Cela n'est pas le cas pour beaucoup d'études faites précédemment par les orthodontistes, où chaque auteur se place à un point de vue différent. Ainsi les résultats ne sont pas comparables entre eux et il en résulte une certaine confusion.

Il nous a paru intéressant de faire, à notre tour, des recherches, basées sur les principes anthropologiques, et il nous a semblé logique de reprendre l'étude de l'arcade normale, puisque l'arcade normale est à la base même de la science de l'orthodontie, et que, de sa connaissance, découle naturellement la connaissance des déviations ou des malpositions dentaires.

L'étude de l'arcade normale peut se diviser en deux chapitres principaux :

- 1<sup>o</sup> l'étude des arcades pour elles-mêmes,
- 2<sup>o</sup> l'étude des arcades dans leurs rapports avec le reste du massif cranio-facial.

Certes d'innombrables efforts et de patientes recherches seront nécessaires pour arriver, un jour, à des résultats définitifs.

C'est avec l'ardent désir d'apporter une pierre à la construction de ce vaste édifice que nous avons entrepris ce travail. Nous nous sommes bornés à l'étude d'une seule des données du premier chapitre; la forme de l'arcade normale dans le plan d'orientation horizontal.

Nous n'avons pas la prétention de donner des résultats définitifs, et arriver à des conclusions péremptoires, les moyens

dont nous disposons sont, hélas, trop limités, mais nous espérons, du moins, que les modestes résultats auxquels nous sommes arrivés, ajoutés à ceux de beaucoup d'autres chercheurs contribueront dans une infime proportion, à l'avancement de la science de l'orthodontie, devant laquelle s'ouvre un bel avenir.

## Historique.

Lorsqu'on parcourt les différents traités d'art dentaire, d'anatomie ou d'anthropologie, on est frappé par les divergences existant entre les auteurs, dans la description de la forme des arcades dentaires normales.

Pour les uns, cette forme représente une figure géométrique fixe, soit une parabole, soit une hyperbole, soit une ellipse; pour d'autres, toutes ces figures peuvent être représentées dans les arcades normales; pour d'autres enfin, la forme de l'arcade normale varie énormément sans que l'on puisse l'inscrire dans une figure géométrique.

Par exemple *Julius Scheff jun.*<sup>23</sup> écrit: «La rangée des dents supérieures forme un arc demi-elliptique dont les branches se rapprochent distinctement des dents de sagesse, tandis que la rangée des dents inférieures possède une courbe parabolique.»

*Black*<sup>2</sup>: «Les dents supérieures sont arrangées selon la forme d'une demi-ellipse.»

*Angle*<sup>1</sup>: «La ligne (d'occlusion) décrit plus ou moins une courbe parabolique, et varie dans les limites de la normale.»

*Gysi*<sup>9</sup>: «Les arcades ont la forme d'une courbe parabolique, les incisives et les canines des deux arcades forment une portion d'un arc de cercle, les prémolaires et les molaires vont en arrière de chaque côté en ligne presque droite. ....»

*Paul-Boncour*<sup>21</sup>: «La courbe décrite par l'arcade alvéolaire est plus ou moins ouverte; elle a une forme parabolique si les extrémités divergent, upsiloïde si elles sont parallèles, elliptique si elles se rapprochent.»

*G. Villain*<sup>29</sup>: «L'arcade dentaire a une forme parabolique très variable selon les individus et les races, elle peut être ramenée à quatre types principaux: l'arcade hyperbolique, l'arcade parabolique, l'arcade en upsilon et l'arcade elliptique.

La parabole de l'arcade a un diamètre très variable, guidé par celui des dents (diamètre mesio-distal).

Toutes les formes intermédiaires peuvent se rencontrer. »

Pour Villain ces formes seraient en corrélation avec les différents mouvements de la mastication (propulsion, propulsion et diduction), la prédominance de l'un de ces mouvements correspondant à une forme déterminée. De plus, à ces quatre formes d'arcades correspondraient quatre formes de visage :

|                      |                                       |
|----------------------|---------------------------------------|
| visage ovale         | correspond à une arcade parabolique,  |
| visage ovale allongé | correspond à une arcade hyperbolique, |
| visage ovale court   | correspond à une arcade en upsilon,   |
| visage rond          | correspond à une arcade elliptique.   |

*Stanton*<sup>27</sup> : « Chaque arcade normale possède une courbe particulière en propre et varie avec chaque individu. »

*Hrdlicka*<sup>13</sup> : « ... Nous avons établi une certaine classification de ces arcades normales : elliptique, ovoïde, presque circulaire, en U, divergente, .... »

Je pourrais multiplier les citations, celles-ci suffisent à montrer les différences d'opinion des auteurs.

Quelques-uns ont cherché à fixer mathématiquement cette forme de l'arcade, selon un schéma représentant le type normal. Il serait trop long de les énumérer tous et ne rentrerait pas dans le cadre de cette dissertation de donner un exposé un peu détaillé de ces travaux ; qu'il me soit permis seulement de citer les principaux en indiquant le résultat de leurs recherches.

Les personnes que cela intéresse spécialement, trouveront tous les détails dans les publications de ces auteurs dont la liste se trouve à la fin de cet ouvrage.

*Mühlreiter*<sup>20</sup> (1870) indique l'arcade comme inscrite dans une ellipse dont l'un des foyers se trouverait dans le voisinage du trou incisif. La courbe de l'ellipse suivrait les faces labiales et jugales des dents.

*Bonwill*<sup>3</sup> (1889) distingue deux sections : la première comprenant les incisives et canines, forme un arc de cercle, et la seconde comprenant les prémolaires et molaires suit une

ligne droite. Ce tracé passe par le bord incisif des six dents antérieures et par les tubercules externes des prémolaires et molaires.

*Gysi*<sup>9</sup> (1895) dans une construction fort compliquée arrive à une courbe composée de trois sections de circonférence; une pour les six dents antérieures et deux semblables pour les prémolaires et molaires de chaque côté.

*Siffre*<sup>25</sup> (1901) place les dents, des incisives centrales jusqu'aux premières molaires dans un arc de cercle, qui touche les faces labiales des incisives et canines, les faces jugales des prémolaires, pour aboutir sur les tubercules antero-externes des premières molaires. Le centre de cet arc de cercle se trouve situé au milieu de la ligne réunissant ces tubercules; nous nous trouvons donc en présence d'une demi-circonférence.

*de Croes*<sup>5</sup> (1903) indique un arc de cercle pour les six dents antérieures, dont le centre se trouve au milieu d'un rectangle inscrit entre les pointes des canines et le bord postérieur des secondes molaires; et une ligne droite partant de la pointe des canines et passant par le centre des prémolaires et des molaires.

*Hawley*<sup>10</sup> (1905) se basant sur les données de Bonwill place les six dents antérieures sur un arc de cercle dont le centre est situé sur la ligne médiane, approximativement entre les deuxièmes prémolaires, le rayon étant égal à la somme des largeurs de l'incisive centrale, de l'incisive latérale et de la canine. Les prémolaires et les molaires sont placées sur une droite passant par les cuspidés externes.

*Campion*<sup>4</sup> (1906) cherche dans un autre ordre d'idées, à établir un indice pour montrer la relation existant entre la longueur et la largeur de l'arcade supérieure, indice semblable à ceux employés en anthropologie. La largeur de l'arcade au niveau des faces buccales des premières prémolaires multipliée par 100 et divisée par la distance en diagonale de l'extrémité mésiale du bord incisif de l'incisive centrale au centre du bord distal de la première molaire du même côté, donne la valeur de l'indice.

*Pont*<sup>22</sup> (1906) la même année établit également deux formules d'indices: l'une servant à déterminer le rapport des diamètres des quatre incisives à la distance séparant les deux premières prémolaires, c'est l'indice des prémolaires; l'autre calculé de la même façon pour les premières molaires donne l'indice des molaires.

Il obtenait les deux formules suivantes:

$$\text{Indice 1 PM.} = \frac{\text{Diamètres des incisives } S \times 100}{\text{Distance séparant les 1}^{\text{res}} \text{ prémolaires (centre)}}$$

$$\text{Indice 1 M.} = \frac{\text{Diamètres des incisives } S \times 100}{\text{Distance séparant les 1}^{\text{res}} \text{ molaires}}$$

$$\text{L'indice normal des PM} = 80.$$

$$\text{L'indice normal des M} = 64.$$

Ce rapport, dit-il, est *constant* dans toute *arcade dentaire normale*.

Partant de cette base et s'appuyant sur les travaux de Siffre et de Hawley, il construisit un schéma dans lequel les incisives et les canines sont disposées selon un arc de cercle dont le centre se trouve au milieu de la ligne réunissant les cuspides antero-externes des premières molaires (Siffre) et qui a pour diamètre la somme des largeurs des quatre incisives *S* multipliée par 1,75; les prémolaires et les molaires sont placées sur une droite partant de la pointe de la canine et passant par les cuspides externes des dents.

*Herber*<sup>12</sup> (1917) après avoir passé en revue et critiqué les différentes méthodes publiées jusqu'alors arrive à cette conclusion: «Je suis convaincu que la construction elliptique est la seule possible et juste».

Seulement, en opposition avec Mühlreiter, il place un des foyers de son ellipse plus près des incisives que le foramen incisivum.

*P. N. Williams*<sup>30</sup> (1917) admet que les dents antérieures sont arrangées selon un arc de cercle dont le centre se trouve invariablement en un point situé entre les premières molaires, au milieu d'une droite réunissant les sillons buccaux (externes), donc légèrement plus en arrière que dans la construction de Siffre.

Cet arc de cercle comprend les quatre incisives et les moitiés mésiales des canines. A partir de la pointe des canines l'arcade suit une ligne droite qui comprend les deux prémolaires (pointes des cuspidés externes), et la moitié de la première molaire; la moitié distale de la première molaire et la deuxième molaire sont sur une autre droite formant un angle avec la précédente, angle ouvert en dedans.

Williams ne donne pas d'autres renseignements sur cette ligne.

La distance séparant les sillons externes des deux premières molaires (A), celle séparant les pointes des canines (C), et celle séparant la première molaire (sillon externe) du milieu des incisives centrales (B) sont dans le rapport fixe de 14, 9, 10.

|       |    |    |   |
|-------|----|----|---|
| Soit: | A  | B  | C |
|       | 14 | 10 | 9 |

Ces chiffres résultent de nombreuses mensurations et représentent une moyenne.

*Gaillard*<sup>s</sup> (1921) quoique n'admettant pas l'existence d'un étalon ou prototype, revient à la forme de l'ellipse.

Pour lui le grand axe de la courbe est égal à quatre fois une longueur déterminée  $x$  égale à la somme des diamètres transverses des trois dents (incisive centrale, incisive latérale canine) composant le demi-arc incisif.

Le petit axe vaut les deux tiers du grand axe.

### Définition de la normale.

L'étude de l'*Arcade normale* implique a priori la définition de cette arcade.

Malheureusement l'idée même du «normal» dans les sciences biologiques reste imprécise et peut différer suivant le point de vue auquel on se place; p. ex. pour un anatomiste, des arcades dentaires seront normales lorsqu'elles rempliront certaines conditions de forme, de structure et de relations, alors que pour un physiologiste, elles seront considérées comme normales lorsqu'elles seront aptes à remplir certaines fonctions déterminées, indépendamment de variations considérables dans leur forme.

De plus l'idée attachée au mot normal varie également selon les auteurs. Pour les uns c'est un idéal, pour d'autres c'est synonyme de naturel, enfin pour d'autres encore le normal représente un type, ou une moyenne tirée d'un grand nombre de cas dissemblables.

Pour nous, nous devons chercher à donner au mot «normal», une signification précise, aussi restrictive que possible, et dans cette étude nous nous placerons exclusivement au point de vue morphologique; *Hellmann* dit: «La morphologie est la science qui s'occupe de la forme et de la structure des êtres, et s'appuyant sur l'anatomie comparée et l'embryologie, pose les fondements de la physiologie. La forme de l'arcade dentaire, pour être comprise entièrement, doit être interprétée selon l'aspect morphologique de ses parties constituantes; ensuite cette arcade pourra être soumise à une analyse mathématique en vue de sa *prédétermination*.»

Le dictionnaire définit ainsi le mot normal:

conforme à la règle,  
régulier, ordinaire.

Morphologiquement le normal signifie une moyenne déterminée par la constance, ou la prévalence de l'apparition d'une condition dans les différents organismes d'une espèce.

Ainsi un individu est normal lorsqu'il présente les caractères communs à la race, au groupe, ou à l'espèce à laquelle il appartient.

Le normal n'est pas la perfection, ce n'est pas, non plus le synonyme de naturel, c'est une moyenne dérivée de l'étude de ce naturel.

Il ne peut pas non plus être considéré comme une entité fixe, immuable, il embrasse toute une série de variations dites «variations normales».

«Les variations normales sont d'ailleurs nombreuses, qu'elles soient dues à la race, au sexe, à l'âge.» (*Giuffredo-Ruggieri.*)

«Dans toute anatomie, y compris celle des règnes végétaux et animaux, la normale comprend une large rangée de variations, et la bouche de l'homme ne fait pas exception à cette règle générale.» (*Kemple.*)

De tout cela il résulte qu'il est parfois difficile d'établir une ligne de démarcation stable entre le normal et l'anormal, ce qui rend des plus difficile la définition de l'arcade normale.

Nous avons dit que nous devions donner à l'expression: «*Arcade normale*», une signification aussi restrictive que possible, si l'on veut ne pas se perdre dans une multitude de détails. Pour nous, nous considérerons donc comme normale, toute arcade qui présentera les caractères suivants:

- 1<sup>o</sup> Intégrité du nombre des composants; celle-ci étant fonction de l'âge.
- 2<sup>o</sup> Régularité et symétrie de la courbe des dents (dans certaines limites de forme).
- 3<sup>o</sup> Occlusion normale.
- 4<sup>o</sup> Implantation verticale (plus ou moins) des dents dans les processus alvéolaires.

### *Observations:*

1<sup>o</sup> Le nombre des dents constituant les arcades est trop connu pour que nous nous y arrêtons. Disons seulement que nous avons fait intervenir la question de l'âge pour bien marquer qu'une arcade sera normale p. ex. à douze ans avec 24 dents alors qu'elle ne le serait plus à 18 ans.

2<sup>o</sup> Régularité et symétrie de la courbe signifient que les dents se succèdent les unes aux autres dans un ordre déterminé et que chaque dent présente avec ses voisines des relations et des points de contact bien définis, qui ont souvent été étudiés et décrits et sur lesquels je ne m'étendrai pas.

L'arcade est partagée en deux parties semblables et symétriques par le plan sagittal médian correspondant à la ligne du raphé.

La forme de cette courbe fera justement le sujet de notre étude.

3<sup>o</sup> L'occlusion normale ou rapport des dents supérieures avec les inférieures à l'état de repos (statique), présente des caractères généraux admis par tous les dentistes (p. ex. relation entre la première molaire supérieure et la première molaire inférieure, etc.).

4<sup>o</sup> L'implantation des dents dans les procès alvéolaires est le plus variable des caractères indiqués, cependant si j'ajoute ce point à la liste des caractères de l'arcade normale, c'est parce que l'on peut rencontrer des arcades présentant les trois caractères précédents et que personne ne pourra considérer comme normales, p. ex. lorsque les incisives supérieures seront implantées très obliquement dans les processus et alors projetées en avant.

Je crois ainsi avoir défini assez clairement, ce que je considère comme arcade normale; si cela peut ne pas satisfaire, du moins les qualités indiquées ont l'avantage d'établir des limites suffisamment fixes. Les définitions que nous avons rencontrées jusqu'à présent nous ont paru ou trop compliquées, ou trop vagues, ainsi p. ex.:

*Hrdlicka*<sup>13</sup>: « Dans les conditions ordinaires du squelette et des maxillaires, une arcade dentaire normale est l'arcade d'une rangée normale de dents. A moins que d'autres influences n'agissent, l'arcade est ce que les dents ont fait d'elle. »

*Dreyfus*<sup>6</sup>: « Tout ce qui n'est pas anormal peut être considéré comme normal. »

---

### Plan d'orientation.

Comme base à nos recherches, il fallait choisir un plan horizontal d'orientation, et notre choix s'est porté sur le plan œil-oreille (aussi dénommé plan de Francfort).

La plupart des auteurs précédents, dans leurs recherches, ne font pas mention d'un plan d'orientation quelconque, il est à supposer qu'ils ont admis le soi-disant « plan de mastication », dénomination employée généralement pour désigner un plan passant par la ligne d'occlusion des dents.

*G. Villain* s'est servi du plan de *Camper*.

La ligne d'occlusion n'est pas une droite, mais une composée dont les variations sont nombreuses, donc un plan suivant la direction générale de cette ligne ne peut pas être un plan fixe; il n'existe aucun point de repère déterminé, donc il est sujet à des variations considérables d'un auteur à un autre, ce qui ne permet pas de contrôler et de comparer les résultats obtenus. Il peut même varier d'un cas à un autre chez un même auteur, puisque selon *Stanton* <sup>27</sup>, il doit être déterminé par tâtonnements!

Le plan de *Camper*, passant par le centre du trou auditif externe et l'épine nasale, est aujourd'hui complètement abandonné en anthropologie. L'un de ses points de repère, l'épine nasale, se trouve dans une région modifiable par un traitement orthodontique, ce qui peut gêner les comparaisons entre des modèles avant et après un traitement; il ne nous a donc pas paru favorable pour nos travaux.

Le plan œil-oreille, par contre, possède les avantages suivants:

1<sup>o</sup> Il est actuellement le plus employé en anthropologie. Le congrès international anthropologique de Genève en 1912, a recommandé pour les recherches des anthropologistes l'emploi exclusif de deux plans horizontaux seulement, le plan de Broca et le plan de Francfort. (Le plan de Broca, inutilisable sur le vivant, ne pouvait pas nous servir.)

2<sup>o</sup>. Il se rapproche le plus de l'horizontale dans la position de la tête au repos.

3<sup>o</sup> Il est facile à déterminer sur le vivant et il existe actuellement des appareils très simples pour l'enregistrement de ce plan sur nos modèles. Les appareils qui m'ont servi sont ceux de *R. Schwarz*<sup>24</sup> (Bâle).

4<sup>o</sup> De plus, *Lüthy*<sup>18</sup> après une étude approfondie des différents plans horizontaux préconisés jusqu'alors en anthropologie, arrive à une série de conclusions en faveur du plan œil-oreille, dont je citerai la suivante: «Le plan œil-oreille s'est montré le plus rationnel, comme plan de comparaison pour les mensurations sur le squelette facial. Il donne les plus grandes différences de races. Il a en outre l'avantage de la moindre variabilité.»

Ce sont ces raisons qui nous l'ont fait adopter.

### Matériel de recherches.

Nous n'avons utilisé pour nos recherches que des arcades normales au sens strict de la définition que nous en avons donnée précédemment. Le matériel nécessaire fut fort difficile à récolter, ce qui se comprendra aisément, si l'on songe au grand nombre de personnes qui ont des arcades irrégulières (certains auteurs évaluent à 70 ou 80 % le nombre des enfants qui présentent actuellement des malpositions dentaires), et parmi celles qui ont des arcades régulières, la grosse majorité ne possède plus une dentition intacte; la carie est considérée avec raison comme un fléau pour l'humanité, et malheureusement l'extraction est un remède employé beaucoup trop facilement.

Cependant les cas réunis, quoique peu nombreux, — une cinquantaine — ont de la valeur en ce sens que ce sont des arcades normales se rapprochant de la perfection.

Afin de pouvoir disposer d'un plus grand matériel, nous avons dû nous résoudre à utiliser aussi des arcades normales incomplètes, que nous appellerons: «arcades normales mutilées», c.-à-d. où des dents ont été extraites, mais nous n'avons choisi que des cas où la mutilation n'intéressait qu'une dent ou deux au plus, où un côté au moins restait intact, et où la déformation consécutive à la mutilation était presque nulle, permettant ainsi la reconstruction de l'arcade dans son intégrité, sans aucune erreur possible.

Ces cas ont été étudiés à part, et n'ont servi qu'à confirmer les résultats obtenus précédemment.

Tous les cas réunis appartiennent au milieu où nous vivons, milieu anthropologiquement fort mélangé quant aux races; nous ne croyons pas d'ailleurs qu'il y ait de grandes différences, si même il y en a!, dans la forme des arcades des différentes races. De *Terra*<sup>28</sup> dit que les dents n'offrent pas de signes distinctifs pour la diagnose des races; et chose intéressante, deux crânes de l'époque de la Tène, provenant

de la collection Brenner (Coire) nous présentent des arcades identiques dans leur forme à celles que nous rencontrons de nos jours (planche IV, fig. 11; pl. VI, fig. 16).

Nous donnons ci-dessous, dans le tableau I la liste des cas étudiés.

*Tableau I.*  
*Liste des cas étudiés.*

| No. | Nom  | Age<br>Ans | Sexe | Nationalité | Dimensions des dents en<br>millimètres |                        |         |
|-----|------|------------|------|-------------|----------------------------------------|------------------------|---------|
|     |      |            |      |             | Incisives<br>centrales                 | Incisives<br>latérales | Canines |
| 1.  | M.L. | 26         | ♂    | France      | 9                                      | 7                      | 8       |
| 2.  | D.W. | 14         | ♂    | Suisse      | 7½                                     | 6                      | 7       |
| 3.  | C.E. | 15         | ♂    | Italie      | 9¼                                     | 6¾                     | 8       |
| 4.  | D.E. | 13         | ♂    | U.S.A.      | 8¾                                     | 6¾                     | 8       |
| 5.  | B.R. | 15         | ♂    | Suisse      | 9                                      | 7                      | 8       |
| 6.  | G.E. |            | ♂    | Suisse      | 9                                      | 7                      | ?       |
| 7.  | M.H. | 21         | ♂    | Italie      | 8                                      | 7                      | 7½      |
| 8.  | B.V. |            | ♂    | France      | 9½                                     | 7½                     | 8½      |
| 9.  | C.J. | 19         | ♂    | Suisse      | 9                                      | 7                      | 8       |
| 10. | S.M. | 24         | ♂    | Suisse      | 9                                      | 7                      | 8       |
| 11. | B.   | 30         | ♂    | Suisse      | 9                                      | 7                      | 8       |
| 12. | B.   | 25         | ♂    | Suisse      | 8½                                     | 7½                     | 7½      |
| 13. | G.E. |            | ♂    | Suisse      | 9                                      | 7                      | 8       |
| 14. | X.M. | 27         | ♂    | Suisse      | 8                                      | 6                      | 7       |
| 15. | R.   | 32         | ♂    | Suisse      | 8                                      | 6½                     | 7½      |
| 16. | C.   | 26         | ♂    | Suisse      | 9                                      | 7                      | 8       |
| 17. | A.   | 33         | ♂    | Suisse      | 8½                                     | 7                      | 8½      |
| 18. | B.T. | 16         | ♂    | Suisse      | 8                                      | 6                      | 8       |
| 19. | C.   | 29         | ♂    | Suisse      | 8                                      | 7                      | 8       |
| 20. |      |            |      |             | 8½                                     | 6½                     | 7½      |
| 21. |      |            |      |             | 9                                      | 6                      | 8       |
| 22. |      |            |      |             | 8½                                     | 6½                     | 7       |
| 23. |      |            |      |             | 8½                                     | 7                      | 8       |
| 24. |      |            |      |             | 8½                                     | 6½                     | 8       |
| 25. |      |            |      |             | 9                                      | 6½                     | 8       |
| 26. |      |            |      |             | 9                                      | 7                      | 8       |
| 27. |      |            |      |             | 8                                      | 7                      | 7½      |
| 28. |      |            |      |             | 8                                      | 7½                     | 8       |
| 29. |      |            |      |             | 8½                                     | 7                      | 8       |
| 30. |      |            |      |             | 8½                                     | 6½                     | 7½      |
| 31. |      |            |      |             | 8½                                     | 7                      | 8       |

Crânes de la  
Collection  
Brenner

Fouilles  
de  
Darvela

Crâne du laboratoire Genève

| No. | Nom  | Age<br>Ans | Sexe | Nationalité | Dimensions des dents en<br>millimètres |                        |         |
|-----|------|------------|------|-------------|----------------------------------------|------------------------|---------|
|     |      |            |      |             | Incisives<br>centrales                 | Incisives<br>latérales | Canines |
| 32. | P.   | 40         | ♀    |             | 8½                                     | 6½                     | 7½      |
| 33. | A.   | 41         | ♀    | Suisse      | 8½                                     | 7                      | 8       |
| 34. | H.A. | 19         | ♂    | Suisse      | 9                                      | 6½                     | 8       |
| 35. | T.J. | 25         | ♀    | France      | 8                                      | 6½                     | 7½      |
| 36. | C.D. | 26         | ♂    | Suisse      | 9½                                     | 7¼                     | 8¼      |
| 37. | P.A. | 14         | ♂    | Suisse      | 9                                      | 7                      | 8½      |
| 38. | T.A. | 25         | ♂    | Suisse      | 9½                                     | 7½                     | 8½      |
| 39. | B.M. | 23         | ♂    | Suisse      | 8                                      | 7                      | 8       |
| 40. | S.M. | 15         | ♀    | Suisse      | 10                                     | 7                      | 8       |
| 41. | C.M. | 13         | ♀    | Suisse      | 9½                                     | 7½                     | 7½      |
| 42. | D.L. | 36         | ♂    | Suisse      | 9½                                     | 7                      | 8       |
| 43. | G.H. | 10         | ♀    | Bulgarie    | 9½                                     | 7                      |         |
| 44. | G.A. | 16         | ♂    | Suisse      | 9½                                     | 7½                     | 8½      |
| 45. | C.A. | 15         | ♀    | Suisse      | 8                                      | 7                      | 7½      |
| 46. | A.S. |            | ♀    |             | 9½                                     | 7                      |         |
| 47. | B.R. | 14         | ♀    | Suisse      | 9                                      | 7                      | 8       |
| 48. | B.M. | 13         | ♀    | Suisse      | 9                                      | 7                      | 8       |
| 49. | G.   | 35         | ♀    | France      | 9                                      | 7                      | 8       |
| 50. | M.C. | 17         | ♂    | Angleterre  | 9                                      | 7                      | 8       |
| 51. | P.R. | 19         | ♀    | France      | 9½                                     | 7½                     | 8       |
| 52. | R.H. | 45         | ♂    | Suisse      | 8                                      | 7                      | 8       |

Il nous a paru d'un grand intérêt d'étudier ces cas selon les données de *Pont* et de *Williams*, dont les procédés semblent être actuellement, les plus employés en orthodontie.

Il est à remarquer que *Pont* admet le schéma de *Hawley* pour la forme de l'arcade.

Les mensurations ont été faites directement sur les mâchoires ou sur les modèles à l'aide d'un compas à pointes sèches.

### A. Etude des cas d'après les indications de PONT.

Dans le tableau n° II nous avons réuni les mensurations faites pour établir les indices des prémolaires et des molaires : Indices de *Pont*.

Tableau II.

| No. | Somme des diamètres des incisives | Distance PM | Distance M | No. | Somme des diamètres des incisives | Distance PM | Distance M |
|-----|-----------------------------------|-------------|------------|-----|-----------------------------------|-------------|------------|
| 1.  | 32                                | 37          | 47         | 27. | 30                                | 36          | 48         |
| 2.  | 27                                | 34          | 45,5       | 28. | 31                                | 36,5        | 50         |
| 3.  | 32                                | 27          | 49,5       | 29. | 31                                | 41          | 51         |
| 4.  | 31                                | 34          | 43,5       | 30. | 30                                | 35,5        | 46,5       |
| 5.  | 32                                | 38          | 50         | 31. | 31                                | 38,5        | 50         |
| 6.  | 32                                | 38          | 49         | 32. | 31                                | 37          | 49         |
| 7.  | 30                                | 37,5        | 50         | 33. | 30                                | 36          | 49         |
| 8.  | 34                                | 38          | 50         | 34. | 31                                | 36,5        | 49         |
| 9.  | 32                                | 36          | 50         | 35. | 29                                | 36          | 48         |
| 10. | 32                                | 35          | 49         | 36. | 33,5                              | 36          | 51,5       |
| 11. | 32                                | 39,5        | 52         | 37. | 32                                | 36,5        | 50         |
| 12. | 30                                | 38          | 50,5       | 38. | 34                                | 39          | 56         |
| 13. | 32                                | 35,5        | 49         | 39. | 30                                | 38          | 52         |
| 14. | 28                                | 35          | 44,5       | 40. | 34                                | 37          | 49         |
| 15. | 31                                | 36,5        | 49         | 41. | 34                                | 35          | 48         |
| 16. | 32                                | 39          | 50         | 42. | 33                                | 41          | 52         |
| 17. | 31                                | 37          | 49         | 43. | 33                                | 37          | 50         |
| 18. | 28                                | 35          | 46         | 44. | 34                                | 38          | 52         |
| 19. | 30                                | 37          | 47         | 45. | 30                                | 37,5        | 49         |
| 20. | 30                                | 34,5        | 45,5       | 46. | 33                                | 34          | 47         |
| 21. | 30                                | 37          | 48,5       | 47. | 32                                | 37          | 50         |
| 22. | 30                                | 36          | 50         | 48. | 32                                | 35,5        | 48         |
| 23. | 31                                | 35          | 49         | 49. | 32                                | 38          | 48         |
| 24. | 32                                | 35          | 50         | 50. | 32                                | 39          | 52         |
| 25. | 31                                | 39          | 54         | 51. | 34                                | 36,5        | 50         |
| 26. | 32                                | 35          | 50         | 52. | 32                                | 35          | 45         |

En extrayant de ce tableau (II) les cas dont la somme des diamètres des incisives (S) égale 30 et 32, de beaucoup les plus nombreux, nous obtenons les deux tableaux ci-dessous :

Tableau III.

Tableau IV.

| S = 30 |                   |                   | S = 32 |                 |                |
|--------|-------------------|-------------------|--------|-----------------|----------------|
|        | Indice PM<br>37,5 | Indice M<br>46,87 |        | Indice PM<br>40 | Indice M<br>50 |
| No.    | Distance PM       | Distance M        | No.    | Distance PM     | Distance M     |
| 7.     | 37,5              | 50                | 1.     | 37              | 47             |
| 12.    | 38                | 50,5              | 3.     | 37              | 49,5           |
| 19.    | 37                | 47                | 5.     | 38              | 50             |
| 20.    | 34,5              | 45,5              | 6.     | 38              | 49             |
| 21.    | 37                | 48,5              | 9.     | 36              | 50             |
| 22.    | 36                | 50                | 10.    | 35              | 49             |
| 23.    | 40                | 52                | 11.    | 39,5            | 52             |
| 27.    | 36                | 48                | 13.    | 35,5            | 49             |
| 30.    | 35,5              | 46,5              | 16.    | 39              | 50             |
| 33.    | 36                | 49                | 26.    | 35              | 50             |
| 39.    | 38                | 52                | 37.    | 36,5            | 50             |
| 45.    | 37,5              | 49                | 47.    | 37              | 50             |
|        |                   |                   | 48.    | 35,5            | 48             |
|        |                   |                   | 49.    | 38              | 48             |
|        |                   |                   | 50.    | 39              | 52             |
|        |                   |                   | 52.    | 35              | 45             |

En prenant les moyennes nous obtenons pour le tableau III:

S = 30      Distance PM = 36,92      Distance M = 49  
 au lieu de Indice PM = 37,5      Indice M = 46,87

et pour le tableau IV:

S = 32      Distance PM = 36,94      Distance M = 49,25  
 au lieu de Indice PM = 40      Indice M = 50.

on constate alors que les chiffres indiqués par *Pont* pour les distances entre les prémolaires sont trop élevés, tandis que ceux indiqués pour les distances entre les molaires sont, dans le tableau III trop faibles, alors qu'ils sont trop forts dans le tableau IV.

*Pont* dit bien qu'il a augmenté légèrement les chiffres en vue du traitement orthodontique, mais alors comment expliquer la différence en sens contraire donnée par les molaires dans le tableau III? D'autre part en comparant les moyennes

des tableaux III et IV, on remarque que pour une assez forte augmentation de la valeur de S, on n'a qu'une très légère augmentation, presque insignifiante, de PM et de M.

Cette observation apparaît encore plus frappante dans le tableau ci-dessous (V) où la valeur de S égale 34.

*Tableau V.*

S = 34

| No. | Distance PM | Distance M |
|-----|-------------|------------|
| 8.  | 38          | 50         |
| 38. | 39          | 56         |
| 40. | 37          | 49         |
| 41. | 35          | 48         |
| 44. | 38          | 52         |
| 51. | 36,5        | 50         |

nous avons ici comme distance moyenne de

|                     |                                      |
|---------------------|--------------------------------------|
|                     | PM = 37,25 et de M = 50,83           |
| au lieu des Indices | PM = 43                      M = 53. |

Cela pourrait s'expliquer par le fait que la grandeur des prémolaires et des molaires, et par conséquent de l'arcade, n'augmente pas en proportion de la largeur des incisives. Ainsi l'on rencontre fréquemment des prémolaires de mêmes dimensions dans des arcades où les incisives mesurent ensemble 30 mm. voire même 28, et dans celles où elles mesurent 34 mm.

Déjà les tableaux de la largeur des dents donnés par *Black* constatent le même fait; alors que la largeur des incisives, soit centrales, soit latérales, varie de deux millimètres, celle des prémolaires ne varie que de 1 mm. à 1½ mm.

Cependant les chiffres de *Pont* conservent une certaine valeur dans les traitements orthodontiques, car ils donnent les limites extrêmes de l'extension que doivent subir les arcades au niveau des prémolaires et des molaires; ces distances sont faciles à déterminer instantanément, à n'importe quel moment du traitement, sans avoir recours à une prise d'empreinte et une étude plus ou moins compliquée.

### B. Etude selon les données de WILLIAMS.

Le tableau ci-dessous nous donne le résultat des mensurations faites selon les données de *Williams*:

*Tableau VI.*

| No. | A  | B    | C    | No. | A    | B    | C  |
|-----|----|------|------|-----|------|------|----|
| 1.  | 54 | 36   | 35,5 | 27. | 54   | 39   | 34 |
| 2.  | 51 | 37   | 32   | 28. | 57   | 38   | 35 |
| 3.  | 56 | 42   | 35   | 29. | ?    | 40   | 38 |
| 4.  | 50 | 40   | 32   | 30. | 53   | 38   | 33 |
| 5.  | 58 | 42   | 38   | 31. | 55   | 40,5 | 35 |
| 6.  | 51 | 41   | ?    | 32. | 57   | 40   | 37 |
| 7.  | 56 | 39,5 | 34   | 33. | 56   | 40   | 36 |
| 8.  | 56 | 41   | 37   | 34. | 55,5 | 41   | 34 |
| 9.  | 57 | 41   | 34,5 | 35. | 52   | 38   | 33 |
| 10. | 54 | 39   | 34   | 36. | 58,5 | 41   | 35 |
| 11. | 59 | 44   | 38   | 37. | 56   | 40   | 36 |
| 12. | 57 | 38,5 | 36   | 38. | 63   | 43   | 38 |
| 13. | 56 | 41   | 35   | 39. | 58   | 38   | 34 |
| 14. | 51 | 37   | 33   | 40. | 56   | 42   | 36 |
| 15. | 55 | 39   | 32,5 | 41. | 54   | 45   | 35 |
| 16. | 58 | 41   | 37   | 42. | ?    | 42   | 38 |
| 17. | 56 | 41   | 37   | 43. | 55   | 42   | 35 |
| 18. | 52 | 39   | 33   | 44. | 59   | 41   | 36 |
| 19. | 53 | 39   | 34   | 45. | 56   | 39   | 34 |
| 20. | 52 | 40   | 32   | 46. | 53   | 42   | ?  |
| 21. | 54 | 39   | 36   | 47. | 56   | 43   | 35 |
| 22. | 56 | 42   | 34   | 48. | 53   | 42   | 34 |
| 23. | 56 | 42   | 35   | 49. | 56   | 40   | 35 |
| 24. | 59 | 40   | 37   | 50. | 58   | 41   | 36 |
| 25. | 61 | 39   | 37   | 51. | 57   | 42   | 36 |
| 26. | 58 | 42   | 36   | 52. | 54   | 36   | 33 |

Sur les 52 cas étudiés, trois seulement (16, 33, 37) correspondent exactement à la formule donnée, par contre quelques-uns comme 1, 22, 25, 39, 41, 46 s'en éloignent considérablement!

Si de ce tableau VI nous extrayons tous les cas où  $A = 56$ , cas qui sont les plus nombreux, nous obtenons le tableau réduit suivant (VII):

Tableau VII.

| No. | A  | B    | C  |
|-----|----|------|----|
| 3.  | 56 | 42   | 35 |
| 7.  | 56 | 39,5 | 34 |
| 8.  | 56 | 41   | 37 |
| 13. | 56 | 41   | 35 |
| 17. | 56 | 41   | 37 |
| 22. | 56 | 42   | 34 |
| 23. | 56 | 42   | 35 |
| 33. | 56 | 40   | 36 |
| 37. | 56 | 40   | 36 |
| 40. | 56 | 42   | 36 |
| 45. | 56 | 39   | 34 |
| 47. | 56 | 43   | 35 |
| 49. | 56 | 40   | 35 |

Un simple coup d'œil jeté sur ce tableau permet de se rendre compte immédiatement que la formule de *Williams* ne correspond pas à la réalité.

Si l'on veut procéder comme lui, en additionnant les valeurs trouvées pour en tirer une moyenne, nous avons alors les chiffres suivants :

$$A = 56 \quad B = 41,71 \quad C = 35,3$$

au lieu de  $A = 56 \quad B = 40 \quad C = 36.$

La conclusion qui s'impose est que la méthode de *Williams* pour établir l'arcade normale ne donne pas des résultats correspondant à la réalité.

La courbe de l'arcade normale, telle qu'il l'indique n'est pas exacte.

### Recherches personnelles.

Les modèles furent tous dessinés en projection orthogonale dans le plan œil-oreille, à l'aide de l'appareil de *Francke*, et les mâchoires des crânes à l'aide du stéréographe de *Schwarz*, de sorte que les dessins furent tous exactement comparables les uns aux autres; ceci pour déterminer la forme de l'arcade.

Nous reproduisons ici quelques-uns des dessins obtenus, les plus caractéristiques, ainsi que ceux présentant apparemment entre eux les plus grandes divergences (planches IV à VIII).

Dans quelques cas (fig. 11, 12, 13, 15, 16), la symétrie des deux côtés, droit et gauche, est parfaite; on peut renverser les figures, ou replier le dessin selon l'axe, et l'on constate que les dents du côté droit recouvrent exactement celles du côté gauche.

Dans la plupart des cas cependant, on observe pour l'une ou l'autre dent une légère asymétrie. Ces différences rentrent dans le cadre des variations normales de l'arcade normale. Nous savons bien que la symétrie absolue est rare dans la nature pour n'importe quelle partie du corps, que ce soit le crâne, la face ou les membres!

Sur le schéma obtenu fut tracée une ligne passant par les bords tranchants des incisives, la pointe des canines, et les cuspidés externes des prémolaires et des molaires (fig. 9 et 10, pl. III). Cette ligne donne la courbe générale de l'arcade, par conséquent: *la forme de l'arcade dentaire*.

Il s'agissait alors d'analyser cette courbe et de déterminer par là si elle correspondait, ou non, à l'une de celles mentionnées précédemment, soit: ellipse, hyperbole ou parabole.

Qu'il me soit permis ici, avant d'aller plus loin de rappeler en quelques mots, les propriétés et les formules de ces trois courbes telles que nous les enseigne la géométrie analytique.

*Ellipse.* L'ellipse est une courbe plane telle que la somme des distances de chacun de ses points à deux points fixes, appelés foyers, est une quantité constante.

L'équation de l'ellipse, rapportée à ses axes de symétrie est :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

$a$  est le demi-grand axe;  $b$  le demi-petit axe,  $x$  et  $y$  les coordonnées d'un point quelconque de la courbe.

*Hyperbole.* L'hyperbole est une courbe plane telle que la différence des distances de chacun de ses points à deux points fixes appelés foyers, est une quantité constante.

L'équation de l'hyperbole rapportée à ses axes de symétrie est :

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

*Parabole.* La parabole est une courbe plane telle que chacun de ses points est également distant d'un point fixe appelé foyer et d'une droite fixe appelée directrice.

L'équation de la parabole rapportée à son axe de symétrie et à une tangente au sommet est :

$$y^2 = 2 \phi x.$$

$\phi$  est la distance du foyer à la directrice.

\*

Si l'on ramène ces équations à un système unique, semblable à celui de la parabole, c.-à-d. un système comportant pour l'axe des  $x$  l'axe de symétrie, et pour l'axe des  $y$  une tangente à l'un des sommets, nous obtenons l'équation suivante pour l'ellipse et l'hyperbole :

$$y^2 = 2 \phi x - (1 - e^2) x^2.$$

$e$  étant l'excentricité de l'ellipse ou de l'hyperbole. Lorsque dans cette formule  $e$ , soit l'excentricité, tend vers l'unité, le facteur  $(1 - e^2) x^2$  tend vers zéro et dans le cas limite, l'ellipse ou l'hyperbole se réduisent à une parabole.

*Conclusion:* L'équation:

$$y^2 = 2 px - (1 - e^2) x^2$$

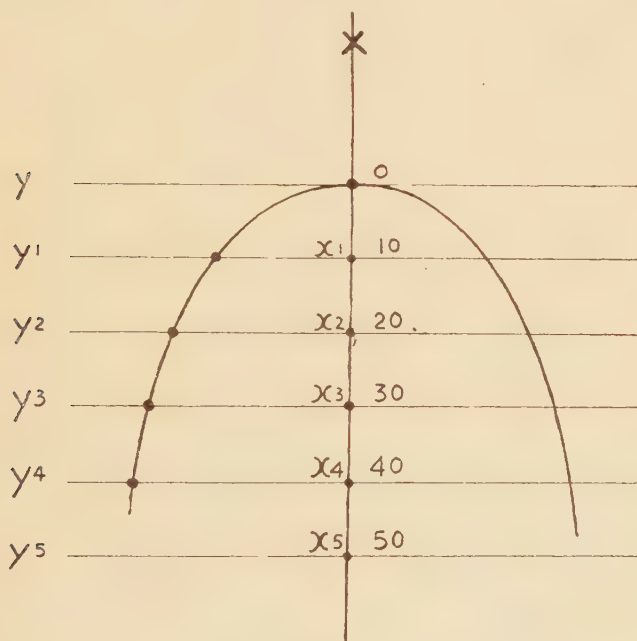
représente une ellipse, une hyperbole ou une parabole suivant que l'on a :

$$e < 1; \quad e > 1; \quad e = 1$$

c'est donc l'équation commune aux trois courbes mentionnées.

Analysons maintenant, suivant cette formule, la courbe de l'arcade dentaire telle que nous l'avons obtenue sur le schéma (fig. 10).

*Cas n° 1.*



(Tableau I, cas n° 3)

Nous prenons comme axe des  $x$ , l'axe de symétrie, et comme axe des  $y$  une tangente au sommet.

Les mensurations nous donnent les chiffres suivants :

|         |          |            |
|---------|----------|------------|
| lorsque | $x = 10$ | $y = 17,7$ |
|         | $x = 20$ | $y = 23,6$ |

$$\begin{array}{ll} x = 30 & y = 27 \\ x = 40 & y = 29 \end{array}$$

ces valeurs sont comptées en millimètres.

Appelons  $x_1, x_2, x_3, x_4$ , ces différents  $x$ , et

$$y_1, y_2, y_3, y_4,$$

les  $y$  correspondants.

Nous avons vu que l'équation générale était:

$$y^2 = 2 px - (1 - c^2) x^2$$

désignons par  $k$  la valeur  $(1 - c^2)$  pour simplifier les calculs, nous avons alors:

$$y^2 = 2 px - kx^2.$$

Pour chacun des points étudiés, nous aurons alors une équation analogue, soit:

$$a) \quad y_1^2 = 2 px_1 - kx_1^2$$

$$b) \quad y_2^2 = 2 px_2 - kx_2^2$$

$$c) \quad y_3^2 = 2 px_3 - kx_3^2$$

$$d) \quad y_4^2 = 2 px_4 - kx_4^2$$

Nous nous trouvons ainsi en présence d'une série d'équations semblables à deux inconnues  $p$  et  $k$ .

Nous voulons rechercher la valeur de  $k$ , puisque  $k = (1 - c^2)$ , et c'est la valeur de  $c$  qui nous indiquera à laquelle des trois courbes nous avons affaire.

Il faut donc éliminer  $p$ . Pour cela prenons deux des équations, p. ex. a) et b).

Nous avons alors:

$$a) \quad y_1^2 = 2 px_1 - kx_1^2$$

$$b) \quad y_2^2 = 2 px_2 - kx_2^2$$

multiplions la première a) par  $x_2$ , et la seconde b) par  $x_1$ , et soustrayons b) de a) nous obtenons:

$$\begin{array}{r} y_1^2 x_2 = 2 px_1 x_2 - kx_1^2 x_2 \\ - y_2^2 x_1 = 2 px_1 x_2 - kx_1 x_2^2 \\ \hline y_1^2 x_2 - y_2^2 x_1 = \dots + k(x_1 x_2^2 - x_1^2 x_2) \end{array}$$

le facteur  $2 p x_1 x_2$  étant le même dans chaque équation se trouve ainsi éliminé par soustraction et nous obtenons:

$$k = \frac{y_1^2 x_2 - y_2^2 x_1}{x_1 x_2^2 - x_2^2 x_1} = \frac{y_1^2 x_2 - y_2^2 x_1}{x_1 x_2 (x_2 - x_1)}.$$

Si dans cette équation nous remplaçons les  $x$  et les  $y$  par leurs valeurs respectives, telles que nous les avons obtenues par mensuration, et que nous les avons au tableau ci-dessus, nous obtenons toute une série de valeurs de  $k$  correspondant à chaque point étudié. Ainsi:

A) avec  $x_1$   $y_1$  et  $x_2$   $y_2$ :

$$\begin{aligned} k &= \frac{17,7^2 \cdot 20 - 23,6^2 \cdot 10}{10 \cdot 20 (20 - 10)} = \frac{313,29 \cdot 20 - 555,96 \cdot 10}{200 (10)} \\ &= \frac{6265,80 - 5559,6}{2000} = \frac{706,2}{2000} = 0,35 \end{aligned}$$

B) avec  $x_1$   $y_1$  et  $x_3$   $y_3$ :

$$\begin{aligned} k &= \frac{17,7^2 \cdot 30 - 27^2 \cdot 10}{10 \cdot 30 (30 - 10)} = \frac{313,29 \cdot 30 - 729 \cdot 10}{300 (20)} \\ &= \frac{9398,7 - 7290}{6000} = \frac{2108,7}{6000} = 0,35 \end{aligned}$$

C) avec  $x_1$   $y_1$  et  $x_4$   $y_4$ :

$$\begin{aligned} k &= \frac{17,7^2 \cdot 40 - 29^2 \cdot 10}{10 \cdot 40 (40 - 10)} = \frac{313,29 \cdot 40 - 841 \cdot 10}{400 (30)} \\ &= \frac{12531,6 - 8410}{12000} = \frac{4121,6}{12000} = 0,34 \end{aligned}$$

D) avec  $x_2$   $y_2$  et  $x_3$   $y_3$ :

$$\begin{aligned} k &= \frac{23,6^2 \cdot 30 - 27^2 \cdot 20}{20 \cdot 30 (30 - 20)} = \frac{555,96 \cdot 30 - 729 \cdot 20}{600 (10)} \\ &= \frac{16678,8 - 14580}{6000} = \frac{2098,8}{6000} = 0,35 \end{aligned}$$

E) avec  $x_2, y_2$  et  $x_4, y_4$ :

$$k = \frac{23,6^2 \cdot 40 - 29^2 \cdot 20}{20 \cdot 40 (40 - 20)} = \frac{555,96 \cdot 40 - 841 \cdot 20}{800 (20)}$$

$$= \frac{22238,4 - 16820}{16000} = \frac{5418,4}{16000} = 0,34$$

F) avec  $x_3, y_3$  et  $x_4, y_4$ :

$$k = \frac{27^2 \cdot 40 - 29^2 \cdot 30}{30 \cdot 40 (40 - 30)} = \frac{729 \cdot 40 - 841 \cdot 30}{1200 (10)}$$

$$= \frac{29160 - 25230}{12000} = \frac{3930}{12000} = 0,33.$$

Nous avons ainsi obtenu successivement les valeurs suivantes de  $k$ :

- A) 0,35
- B) 0,35
- C) 0,34
- D) 0,35
- E) 0,34
- F) 0,33

Ces valeurs présentent si peu de différences que pratiquement nous pouvons les considérer comme semblables, surtout si l'on pense qu'une erreur d'un dixième de millimètre, dans les mensurations provoque déjà une différence sensible dans la seconde décimale.

Or la courbe de l'arcade a été dessinée à la main et l'épaisseur du trait de crayon, ou la moindre déviation, équivaut à plus d' $1/10$  de mm.!

Prenons donc comme moyenne  $k = 0,34$   
 nous avons posé en principe:  $k = (1 - e^2)$   
 donc  $0,34 = (1 - e^2)$   
 d'où  $e^2 = 1 - 0,34 = 0,66$   
 et  $e = \sqrt{0,66} = 0,81.$

Nous constatons:

1<sup>o</sup> que  $e$  est toujours inférieur à 1, donc nous sommes en présence d'une courbe du genre ellipse,

2<sup>o</sup> que la valeur de  $e$  reste constante très approximativement par conséquent que la courbe est bien une *ellipse*.

Il est intéressant maintenant de calculer les axes de cette ellipse afin de pouvoir la dessiner.

Parmi les équations se rapportant à l'ellipse nous avons:

$$1^0 \quad a^2 - c^2 = b^2$$

$a = \frac{1}{2}$  grand axe,

$b = \frac{1}{2}$  petit axe,

$c = \frac{1}{2}$  distance séparant les foyers, soit la distance d'un foyer au petit axe.

$$2^0 \quad p = \frac{b^2}{a}$$

$$3^0 \quad e = \frac{c}{a}$$

Nous connaissons maintenant la valeur de  $e$ ; recherchons celle de  $p$ .

Dans la formule:  $y^2 = 2px - (1 - e^2)x^2$  remplaçons  $x, y, e$ , par leurs valeurs respectives, soit:

$$x = 10 \quad y = 17,7 \quad \text{et} \quad (1 - e^2) = k = 0,34$$

nous avons alors:

$$17,7^2 = 2p \cdot 10 - 0,34 \cdot 10^2$$

$$313,29 = 20p - 0,34 \cdot 100$$

$$313,29 = 20p - 34$$

$$313,29 + 34 = 20p$$

$$p = \frac{347,29}{20} = 17,365$$

la formule  $a^2 - c^2 = b^2$  devient alors, puisque  $c = a \cdot e$  et  $b^2 = p \cdot a$

$$a^2 - a^2 e^2 = p \cdot a$$

nous savons que  $e^2 = 0,66$

donc:  $a^2 - a^2 \cdot 0,66 = 17,365 \cdot a$

divisons tous les termes de l'équation par  $a^2$  nous avons:

$$\frac{a^2}{a^2} - \frac{a^2 \cdot 0,66}{a^2} = \frac{17,365 \cdot a}{a^2}$$

ou

$$1 - 0,66 = \frac{17,365}{a}$$

$$(1 - 0,66) a = 17,365$$

$$a = \frac{17,365}{1 - 0,66} = \frac{17,365}{0,34} = 51,1$$

le demi-grand axe est donc en chiffres ronds de 51 millimètres.

De la formule  $p = \frac{b^2}{a}$  nous extrayons  $b$

$$\text{soit } b^2 = p \cdot a = 17,365 \cdot 51,1 = 887,3515$$

$$b = \sqrt{887,3515} = 29,9$$

le demi-petit axe est donc en chiffres ronds de 30 millimètres.

Nous sommes ainsi en possession des éléments nécessaires pour la construction de l'ellipse correspondant à l'arcade étudiée.

Cette ellipse superposée sur le schéma de l'arcade donne la fig. 12, planche IV.

### *Cas n° II.*

(Tableau I, cas n° 25.)

Nous obtenons dans ce cas les valeurs suivantes des  $x$  et des  $y$ :

$$\text{a) } x_1 = 10 \quad y_1 = 20,5$$

$$\text{b) } x_2 = 20 \quad y_2 = 27,3$$

$$\text{c) } x_3 = 30 \quad y_3 = 31,3$$

$$\text{d) } x_4 = 40 \quad y_4 = 33,5$$

$$\text{e) } x_5 = 50 \quad y_5 = 34.$$

Reprenons les mêmes calculs que dans le cas n° I nous obtenons alors comme valeur de  $k$  pour

|     |            |
|-----|------------|
| a—b | $k = 0,47$ |
| a—c | 0,47       |
| a—d | 0,46       |
| a—e | 0,47       |
| b—c | 0,46       |
| b—d | 0,46       |
| b—e | 0,47       |
| c—d | 0,46       |
| c—e | 0,47       |
| d—e | 0,48       |

ce qui donne comme valeur moyenne

$$0,467$$

d'où  $e^2 = 0,533$  et  $e = 0,73 < 1$  donc une ellipse; nous obtenons alors

$$p = 23,35$$

$$a = 50$$

et

$$b = 34.$$

(Voir fig. 13, planche V.)

### *Cas n° III.*

(Tableau I, cas n° 42.)

Les mensurations nous donnent les chiffres suivants:

- a)  $x_1 = 10$   $y_1 = 20$
- b)  $x_2 = 20$   $y_2 = 27$
- c)  $x_3 = 30$   $y_3 = 31$
- d)  $x_4 = 40$   $y_4 = 33$
- e)  $x_5 = 50$   $y_5 = 34.$

Les calculs nous donnent pour la valeur de  $e$ :

|              |     |            |
|--------------|-----|------------|
| dans les cas | a—b | $e = 0,80$ |
|              | a—c | 0,74       |
|              | a—d | 0,76       |
|              | a—e | 0,75       |
|              | b—c | 0,75       |
|              | b—d | 0,74       |
|              | b—e | 0,75       |
|              | c—d | 0,72       |
|              | c—e | 0,75       |
|              | d—e | 0,76.      |

On remarque que la valeur de  $e$  est un peu plus forte dans le cas  $a=b$ . Mais si l'on diminue la valeur d' $y_2$  d'un quart de millimètre, on obtient alors 0,76. Or il est impossible, comme je l'ai déjà dit de faire les mensurations avec une exactitude aussi rigoureuse. Il faut tenir compte également des variations normales dont nous avons parlé dans un chapitre précédent.

La valeur moyenne de  $e$  ressort à

|              |            |
|--------------|------------|
|              | $e = 0,75$ |
| ce qui donne | $p = 22,2$ |
|              | $a = 52$   |
|              | $b = 34.$  |

(Voir fig. 16, planche VI.)

Sans exception, tous les cas que nous avons pu recueillir et étudier ont donné des résultats identiques. La courbe de l'arcade dentaire supérieure est ainsi déterminée d'une façon exacte, et cette courbe est une *ellipse*.

Nous sommes en droit de compléter ainsi le second des caractères déterminants de l'arcade dentaire normale :

Régularité et symétrie de la courbe ; celle-ci représentant une portion d'ellipse, le plus généralement une demi-ellipse.

### Conclusion.

C'est donc à tort que l'on a parlé de courbe parabolique, ou hyperbolique, ou arrondie, ou ovoïde de l'arcade supérieure. Ces expressions à notre avis, doivent disparaître des traités dentaires. Elles ne semblent basées que sur des appréciations de forme, sans aucune recherche analytique.

L'ellipse n'est pas une figure immuable, variant seulement de grandeur; elle présente une série infinie d'aspects suivant les variations dans les rapports des deux axes, et l'arcade dentaire ne correspond pas à un seul de ces rapports, comme a bien voulu le dire *Gaillard*<sup>b</sup> lorsqu'il prétend que: « Dans l'arcade normale .... le rapport du grand axe au petit est de 4 à 3. »

Plus la valeur du petit axe se rapprochera de celle du grand, plus l'arcade sera large et ramassée, donnant l'illusion de l'arc de cercle; et plus la valeur du petit axe sera faible par rapport à celle du grand axe, plus l'arcade sera allongée et étroite, se rapprochant de l'hyperbole ou de la parabole.

Il est certain que pour rester dans les limites de la normale, le rapport des deux axes doit se maintenir entre deux limites extrêmes; mais il ne nous a pas été possible de déterminer ces limites; il eût fallu pour cela disposer d'un nombre bien plus considérable de cas, ou bien disposer des résultats de recherches semblables exécutées par d'autres, mais cette éventualité n'existe pas puisque cet essai est le premier du genre, à notre connaissance.

Espérons qu'il sera suivi par d'autres chercheurs et qu'alors nous pourrons établir de nouvelles précisions, nous rapprochant ainsi toujours plus du but indiqué par *Campion*.

De même, au point de vue purement orthodontique, il eût été d'un avantage immense de pouvoir déterminer la valeur des axes, en se basant sur des données facilement mesurables, comme par exemple, la largeur des dents d'un certain groupe, ou la distance de quelques points facilement

repérables; de pouvoir ainsi *prédéterminer l'arcade* pour établir un plan de traitement; mais là encore, nous n'avons pu, toujours pour les mêmes raisons, obtenir de résultats positifs.

Nous voyons combien grande était l'erreur de ceux qui comme *Hawley* p. ex. voulaient donner à l'arcade normale une forme unique, variant seulement de grandeur; une arcade avec de petites dents étant en réduction la même qu'une arcade avec de grandes dents! Si l'on veut comparer les courbes données par les figures 2, 11 et 18, on saisira immédiatement les différences, et cependant toutes ces courbes sont des ellipses.

Arrivé au terme de cette étude, ayant apporté notre pierre à la construction de l'édifice qu'est la détermination complète des caractères de l'arcade dentaire normale, nous osons espérer que nos recherches ne resteront pas vaines, et que cet édifice, déjà avancé mais loin d'être achevé, le sera cependant un jour, grâce à la collaboration de tous les chercheurs, rendant ainsi un précieux service à la science de l'orthodontie.

*Genève*, septembre 1923.

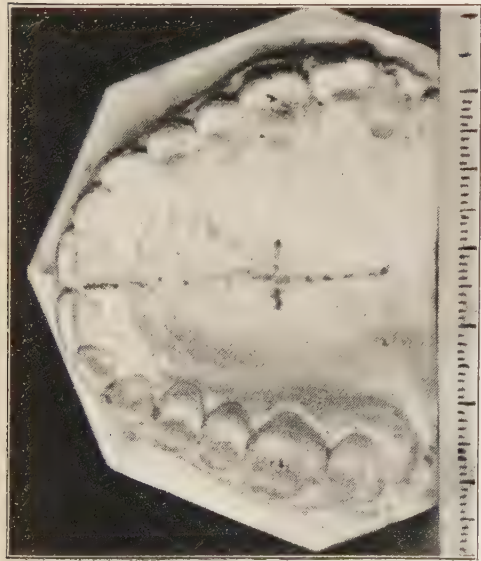
\*

\*

\*

# Planche I

Fig. 1  
Cas No. 2



Types  
d'Arcades  
normales

Fig. 3  
Cas No. 7

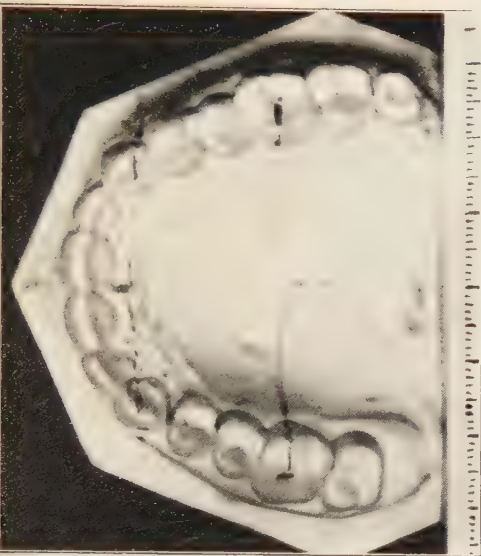


Fig. 2  
Cas No. 3

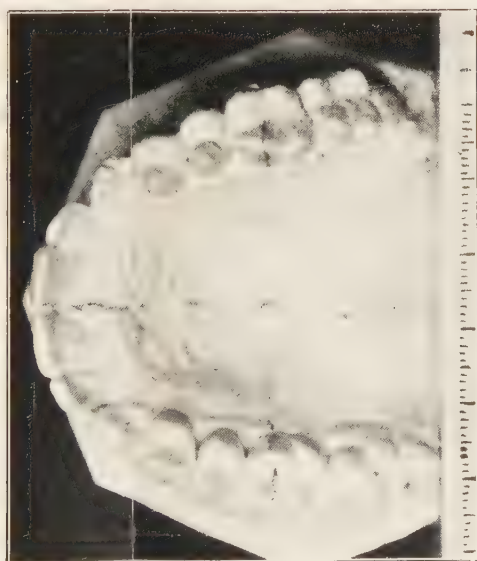
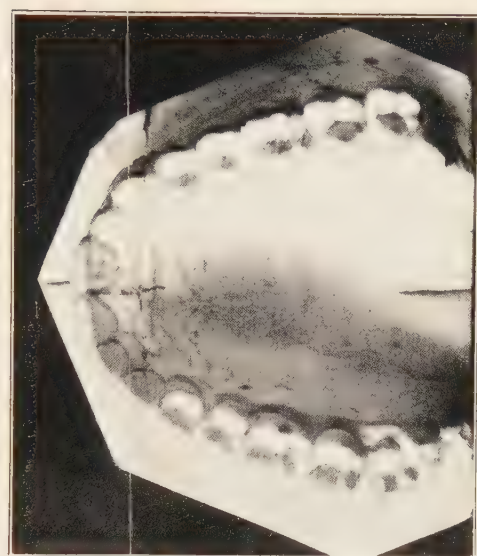


Fig. 4  
Cas No. 34



## Planche II

Fig. 5  
Cas No. 24



Fig. 7  
Cas No. 29



Arcade  
mutilée

Arcade  
normale  
mutilée



Fig. 6  
Cas No. 42

Fig. 8  
Cas No. 7



Types  
d'Arcades  
normales

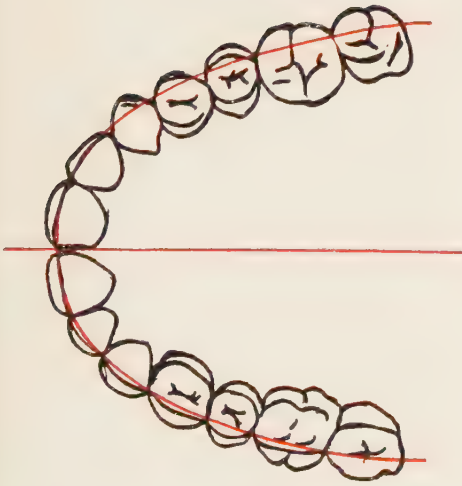
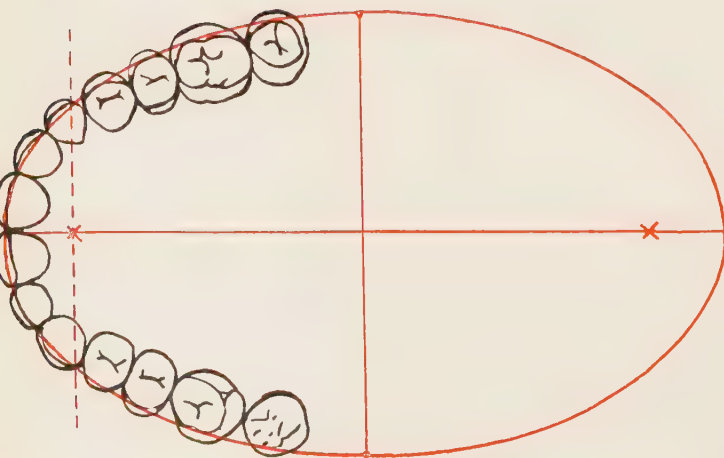


Fig. 9



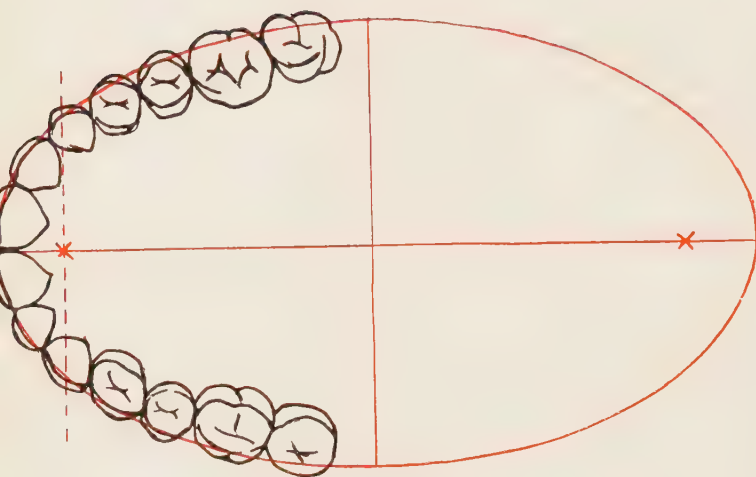
Fig. 10

Fig. 11  
Cas No. 2



Ellipse  $a = 48$   $b = 29$

Fig. 12  
Cas No. 3



Ellipse  $a = 51$   $b = 30$

Fig. 13

Cas No. 25

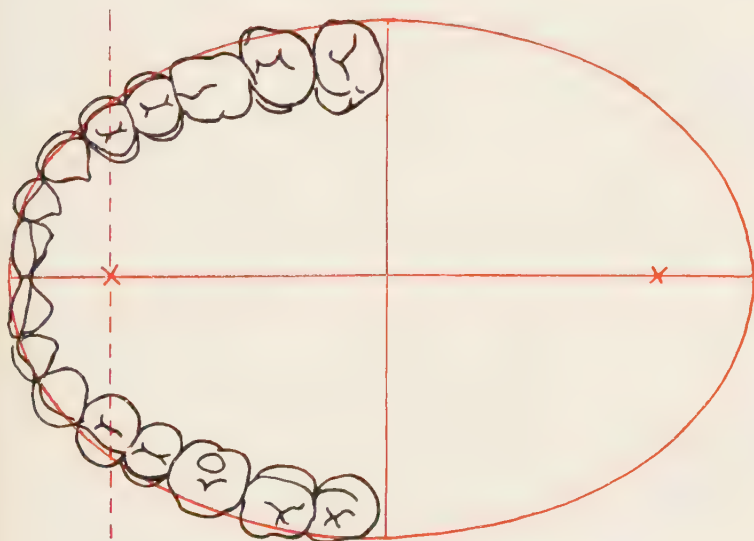


Fig. 14

Cas No. 34

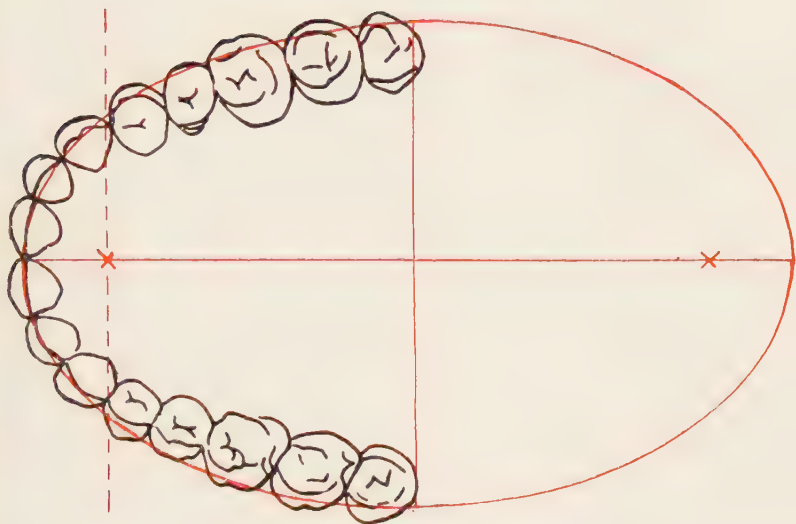


Fig. 15

Cas No. 9

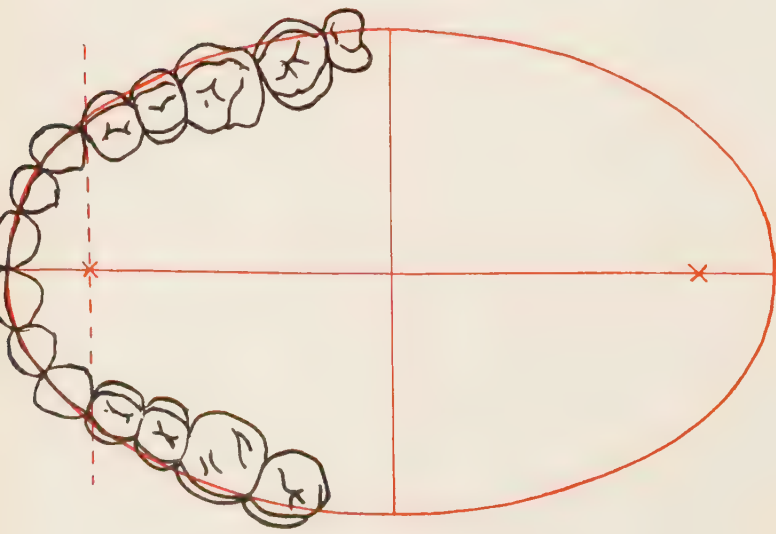
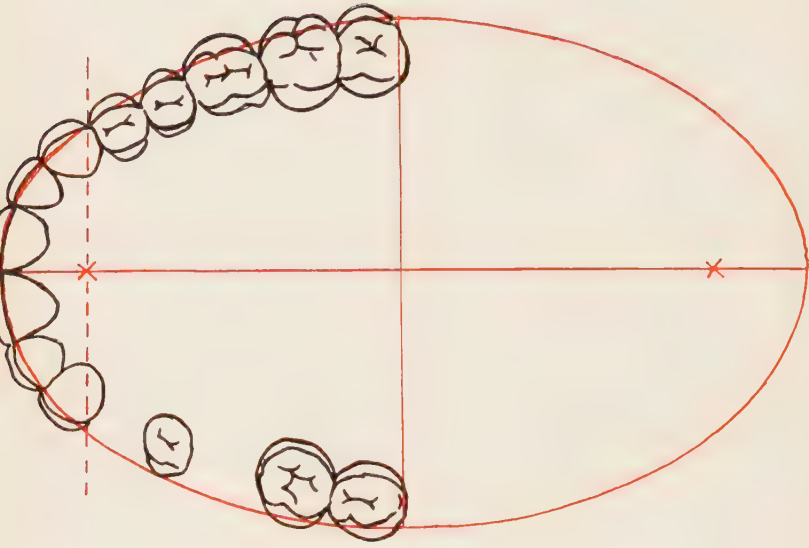


Fig. 16

Cas No. 42



$a = 52$

$b = 32$

$a = 52$

$b = 34$

Fig. 17  
Cas No. 5

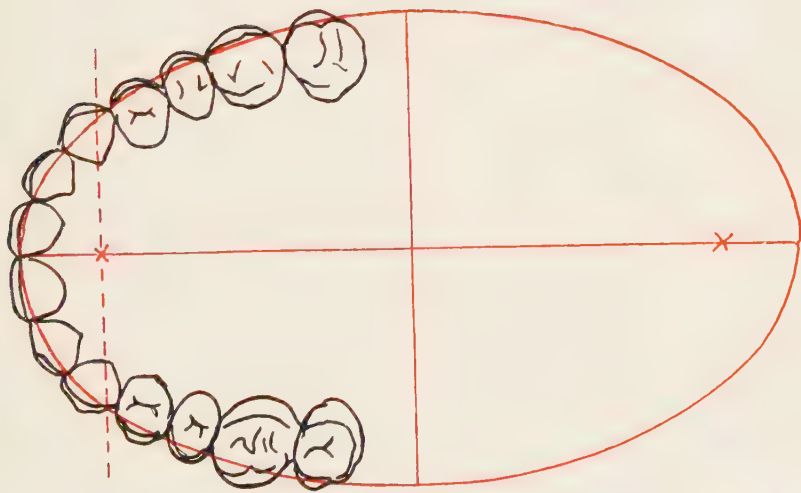


Fig. 18  
Cas No. 27

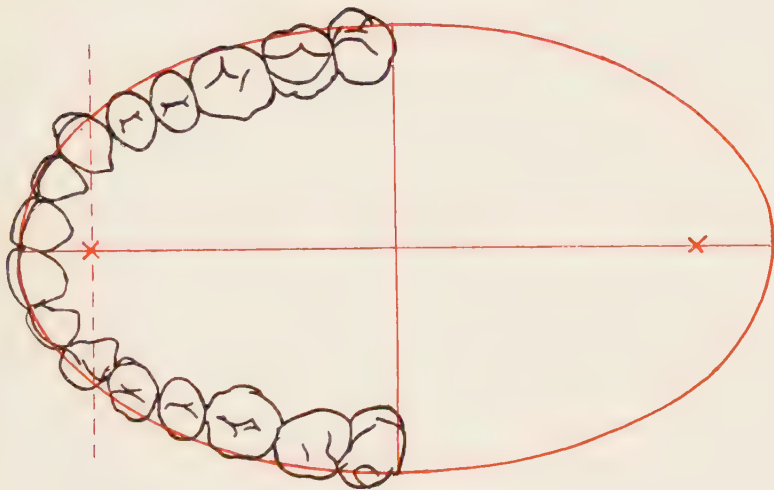
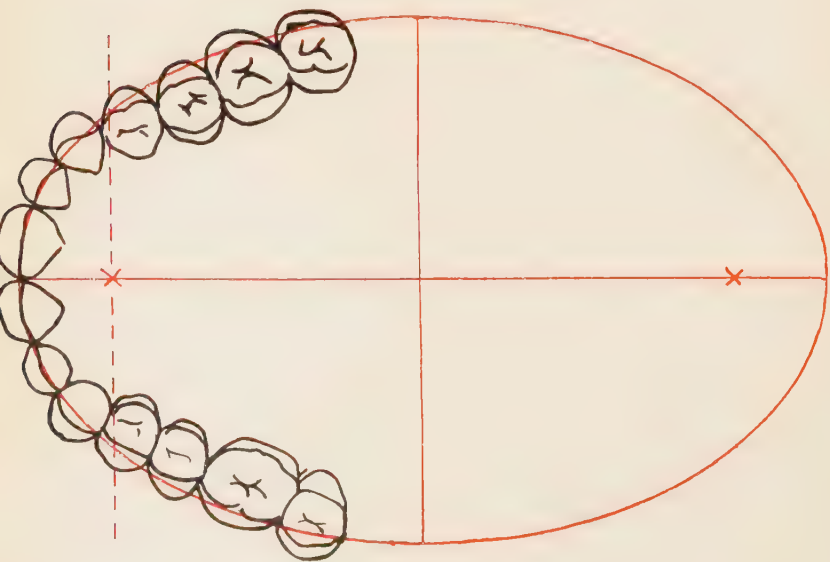


Fig. 19

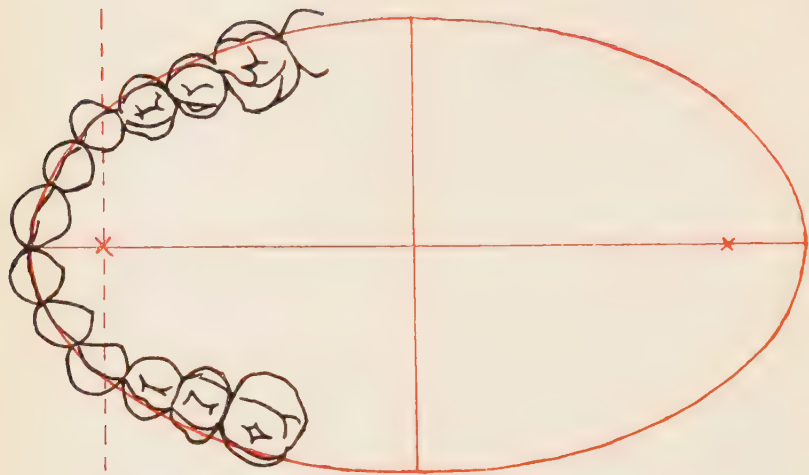
Cas No. 38



$a = 54$      $b = 35$

Fig. 20

Cas No. 47



$a = 52$      $b = 30$

## Bibliographie.

1. *Ed. H. Angle.* Die Okklusionsanomalien der Zähne. (Uebersetzung von J. Grünberg.) 1913.
2. *Black.* Descriptive Anatomy of the human teeth. 1902.
3. *Bonwill.* Internationaler Kongress 1889. (Par Zeitschrift für zahnärztliche Orthopädie 1909.)
4. *G. G. Campion.* Orthodontics, a study in six dimensions. (Dental Record 1920, vol. XL.)
5. *J. de Groes.* Contribution à l'étude des anomalies de dimensions et de formes des maxillaires dans leurs rapports avec l'esthétique faciale. (L'Odontologie, 1903.)
6. *D<sup>r</sup> S. Dreyfus.* Le diagnostic en orthodontie. 1922.
7. *D<sup>r</sup> G. Franke.* Ueber Wachstum und Verbildung des Kiefers und der Nasenseidewand. 1921.
8. *D<sup>r</sup> Gaillard.* Traité de stomatologie. (Orthodontie, 1921.)
9. *D<sup>r</sup> A. Gysi.* Die geometrische Konstruktion eines menschlichen oberen, bleibenden, normalen Gebisses mittlerer Grösse. (Schw. Vierteljahrsschrift für Zahnheilkunde, 1895.)  
     Beitrag zum Artikulationsproblem, 1908. (Par Dental Cosmos, 1910.)
10. *D<sup>r</sup> C. A. Hawley.* Determination of the normal arch and its application to orthodontia. (Dental Cosmos, 1905.)
11. *D<sup>r</sup> M. Hellman.* Dimension, versus form in teeth and their bearing on the morphology of the dental arch. (International Journal of Orthodontia, vol. V, 1919.)  
     The relationship of form to position in teeth and its bearing on occlusion. (Idem vol. VI, 1920.)  
     Variation in occlusion. (Dental Cosmos, 1921, VI.)  
     Observations on the form of the dental arch of the orang. (International Journal of Orthodontia, 1918.)
12. *C. Herber.* Gestalt und Form des menschlichen Kiefers, entwickelt aus der Funktion. (Zeitschrift für zahnärztliche Orthopädie, 1909.)
13. *D<sup>r</sup> A. Hrdlicka.* The dental normal arch. (Dental Cosmos, 1916.)
14. *Prof. A. Keith and G. Campion.* A contribution to the mechanism of Growth of the human face. (Dental Record, 1922.)

15. Dr *F. C. Kemple*. Orthodontic limitations. (Dental Cosmos, 1920.)
16. *A. Körbitz*. Kursus der Orthodontie. 1909.
17. Dr *A. Leroy Johnson*. The law of occlusion and the normal in orthodontia. (International Journal of Orthodontia, 1918, vol. IV.)  
     The meaning of the normal. (Idem 1920, vol. VI.)  
     Basic principles of orthodontia. (Dental Cosmos, 1923.)  
     Orthodontic education. (Dental Cosmos, 1920.)
18. Dr *A. Lüthy*. Die vertikale Gesichtprofilierung und das Problem der Schädelhorizontalen. 1911.
19. Dr *R. Martin*. Lehrbuch der Anthropologie in systematischer Darstellung. 1914.
20. *Mühlreiter*. Anatomie des menschlichen Gebisses. 1870.
21. Dr *G. Paul-Boncour*. Anthropologie anatomique. Crâne, face, tête, sur le vivant. 1912.
22. Dr *A. Pont*. De l'indice dentaire en orthodontie. (Le Laboratoire, 1909.)  
     Contribution à l'étude du traitement de l'atrésie du maxillaire. (L'Odontologie, 1906.)
23. *J. Scheff jun.* Handbuch der Zahnheilkunde, 1891.
24. Dr *R. Schwarz*. Neue diagnostische Hilfsmittel in der Orthodontie. (Schweiz. Zeitschrift für Zahnheilkunde n° 10.)
25. Dr *Siffre*. Contribution à l'étude des anomalies dentaires. 1901.
26. Dr *P. W. Simon*. Gnathostatik. Neue Wege der orthodontischen Diagnostik. (Deutsche Monatsschrift für Zahnheilkunde, 1919.)  
     Grundzüge einer systematischen Diagnostik der Gebissanomalien, 1922.
27. Dr *F. L. Stanton*. Movement of teeth predetermined by engineering instruments. (Dental Cosmos, 1918.)  
     A consideration of normal and abnormal dentures as a problem of three dimensional spaces and its bearing on orthodontic classification and terminology. (International Journal of Orthodontia, 1922.)  
     Arch predetermination and a method of relating the predetermined arch to the malocclusion, to show the minimum tooth movement. (Idem 1922.)
28. Dr *M. de Terra*. Beiträge zu einer Odontographie der Menschenrasse. 1905.
29. Dr *G. Villain*. Prothèse. Principes généraux appliqués aux différentes prothèses. 1922.

30. Dr *P. N. Williams*. Determining the shape of the normal arch. (*Dental Cosmos*, 1917.)
- Dental engineering and the normal arch. (*Dental Cosmos*, 1918.)
31. *Compte-Rendu de la XIV<sup>e</sup> Session. Congrès international d'anthropologie et d'archéologie préhistorique, Genève, 1912.*
-

